Keine Ahnung von Trigonometrie

Teil 4

Wie geht

Trigonometrie

im beliebigen Dreieck

???

Sinus-und Kosinuswerte über 90^{O} hinaus

Datei Nr. 16018

Stand 24.4.2024

Friedrich W. Buckel

Internetbibliothek für Schulmathematik

https://mathe-cd.de

Vorwort

Viele meiner Texte sind so geschrieben, wie man auch im Unterricht vorgeht: Ein Thema wird mit Beispielen eingeführt, dann wird noch etwas gefolgert und bewiesen, und dann beginnt die Übungsphase.

Mit diesem Text wende ich mich an Personen (meistens werden es Schüler sein), die von Trigonometrie keine Ahnung (mehr) haben und rasch erfahren möchten, was man damit wie anfängt. Wer also „Keine Ahnung von Trigonometrie“ hat, ist hier richtig.

Ich erzähle wie man bestimmte Aufgaben löst und was man dabei zu tun hat. Auf die Frage „warum?“ gibt es hier wenig Antworten. Dazu sollte man dann die Texte 16001 und 16002 studieren. Dort steht das alles auf etwas höherem Niveau, mit Hintergrundwissen.

Weitere Texte:

16015	Keine Ahnung von Trigonometrie 1:	Rechtwinklige Dreiecke
16016	Keine Ahnung von Trigonometrie 2:	Gleichschenklige und gleichseitige Dreiecke
16017	Keine Ahnung von Trigonometrie 3:	Beliebige Dreiecke
16019	Keine Ahnung vom Bogenmaß	

Inhalt:

1 Was haben Sinus und Kosinus mit dem Einheitskreis zu tun?

Als Einheitskreis bezeichnet man einen Kreis um den Ursprung mit Radius 1. Er eignet sich vorzüglich zur Vereinfachung mancher Probleme. Wir lernen in diesem Abschnitt, wie man die Koordinaten von Punkten auf dem Einheitskreis berechnet und wie man umgekehrt aus Punktkoordinaten Sinus- und Kosinuswerte für beliebige Winkel erfassen kann.

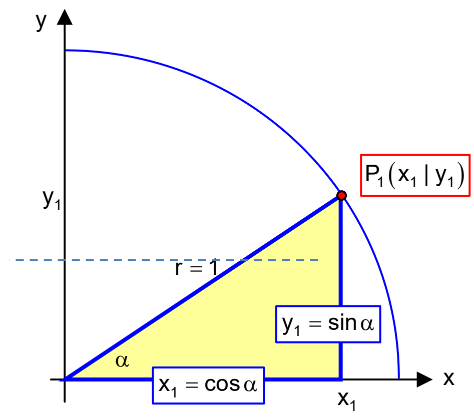
Sinus und Kosinus als Koordinaten im 1. Feld des Einheitskreises

Zeichnet man einen Punkt P_1 auf den Einheitskreis im 1. Feld, so dass also der Winkel α im Bereich 0^O bis 90^0 liegt, dann können wir mit den Formeln

$$\sin\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} \quad \text{und} \quad \cos\alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

ausrechnen, dass im Einheitskreis gilt:

$$\sin\alpha = \frac{y_1}{1} \Rightarrow \quad \boxed{y_1 = \sin\alpha}$$
$$\cos\alpha = \frac{x_1}{1} \Rightarrow \quad \boxed{x_1 = \cos\alpha.}$$

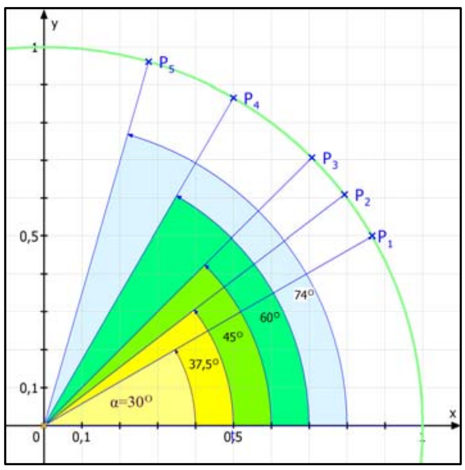


Anwendungsbeispiele:

Beispiel 1: **Punkte im 1. Feld berechnen.**

	Winkel	x-Koordinate	y-Koordinate	Punkt
a)	$\alpha_1 = 30^O$:	$x_1 = \cos 30^O = \frac{1}{2}\sqrt{3} \approx 0{,}87$,	$y_1 = \sin 30^O = \frac{1}{2}$	$P_1\left(\frac{1}{2}\sqrt{3} \mid \frac{1}{2}\right)$
b)	$\alpha_2 = 37{,}5^O$	$x_2 = \cos 37{,}5^O \approx 0{,}793$	$y_2 = \sin 37{,}5^O \approx 0{,}609$	$P_2(0{,}793 \mid 0{,}609)$
c)	$\alpha_2 = 45^O$:	$x_3 = \cos 45^O = \frac{1}{2}\sqrt{2} \approx 0{,}71$	$y_3 = \sin 45^O = \frac{1}{2}\sqrt{2}$	$P_3\left(\frac{1}{2}\sqrt{2} \mid \frac{1}{2}\sqrt{2}\right)$
d)	$\alpha_4 = 60^O$:	$x_4 = \cos 60^O = \frac{1}{2}$	$y_4 = \sin 60^O = \frac{1}{2}\sqrt{3} \approx 0{,}866$	$P_4\left(\frac{1}{2} \mid \frac{1}{2}\sqrt{3}\right)$
e)	$\alpha_5 = 74^O$	$x_5 = \cos 74^O \approx 0{,}28$	$y_5 = \sin 74^O \approx 0{,}96$	$P_5(0{,}276 \mid 0{,}961)$

Dazu eine Abbildung.



Die Berechnungen der Koordinaten macht man mit einem Taschenrechner:

P_4:

```
cos 37.5
          0.7933533403
sin 37.5
           0.608761429
```

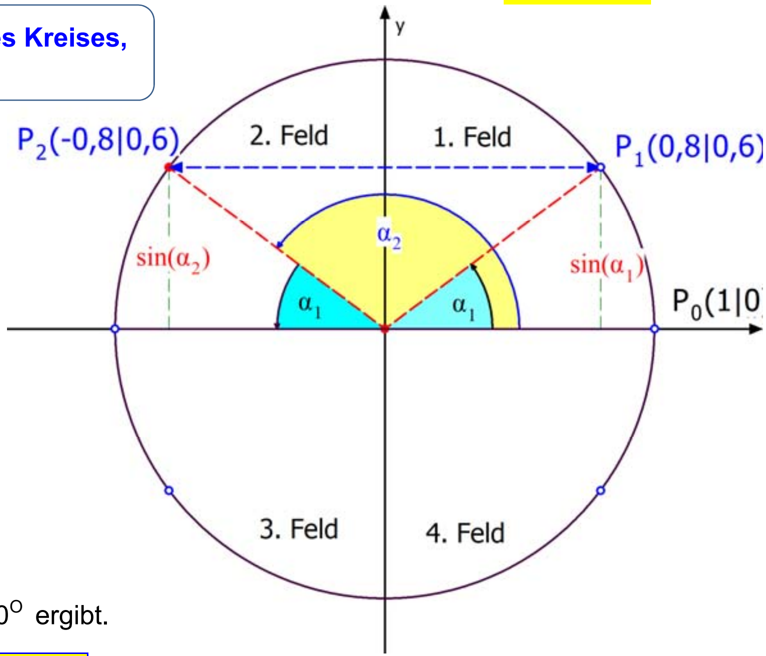
P_5:

```
cos 74
          0.2756373558
sin 74
          0.9612616959
```

2 Sinus für Winkel über 90^O

Aus Abschnitt 1: **Der Sinus ist die y-Koordinate der Punkte auf dem Einheitskreis.** $\boxed{y_1 = \sin\alpha}$

Vereinbarung: Dies gilt für alle Punkte des Kreises, also auch für alle Winkel über 90^O.



$\boxed{\text{2. Feld:}}$

Um die Sinuswerte zu Winkeln im Bereich $90^O < \alpha < 180^O$ zu bekommen, spiegelt man die zugehörenden Punkte an der y-Achse.

Man erkennt:

P_1 und P_2 haben die gleichen y-Koordinaten. Die zugehörigen Winkel haben also denselben Sinuswert.

Nun muss man erkennen, dass $\alpha_1 + \alpha_2 = 180^O$ ergibt.

Also ist $\alpha_1 = 180^O - \alpha_2$. Und es gilt $\boxed{\sin\alpha_2 = \sin\alpha_1}$

Also folgt : $\boxed{\sin(\alpha_2) = \sin(180^O - \alpha_2)}$

In WORTEN: Suche ich den Sinus eines Winkels im 2. Feld ($90^O < \alpha < 180^O$), dann berechne ich den Restwinkel zu 180^O und nehme dessen Sinus.

Beispielrechnungen:

$\boxed{\sin 120^O = \sin(180^O - 120^O)} = \sin 60^O = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

$\boxed{\sin 135^O = \sin(180^O - 135^O)} = \sin 45^O = \frac{1}{2}\sqrt{2}$

$\boxed{\sin 142^O = \sin(180^O - 142^O)} = \sin 38^O = \ldots$

$\boxed{\sin 150^O = \sin(180^O - 150^O)} = \sin 30^O = \frac{1}{2}$

$\boxed{\sin 180^O = \sin(180^O - 180^O)} = \sin 0^O = 0$

$\boxed{\text{Im 3. Feld:}}$

Spiegelt man P_1 am Ursprung, erhält man P_3.

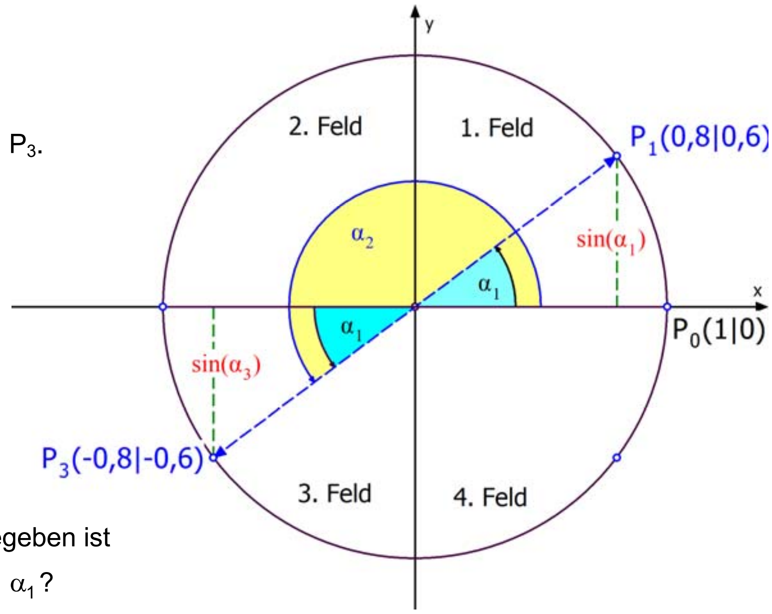
Auch hier soll gelten: $\boxed{\sin\alpha_3 = y_3}$

Auf Grund der Spiegelung ist

$$y_3 = -y_1$$

Also folgt:

$$\boxed{\sin\alpha_3 = -\sin\alpha_1}$$



Doch wenn beispielsweise $\alpha_3 = 210^\circ$ gegeben ist wie findet man dann den entsprechenden α_1?

Man erkennt, dass für die Winkel gilt: $\boxed{\alpha_1 = \alpha_3 - 180^\circ}$

Daher gilt für die Winkel im 3. Feld ($180^\circ < \alpha < 270^\circ$): $\boxed{\sin\alpha_3 = -\sin\left(\alpha_3 - 180^\circ\right)}$

Man subtrahiert also vom Winkel 180° und berechnet vom Restwinkel den Sinus.

Beispielrechnungen:

$\boxed{\sin 210^\circ = -\sin(210^\circ - 180^\circ)} = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$

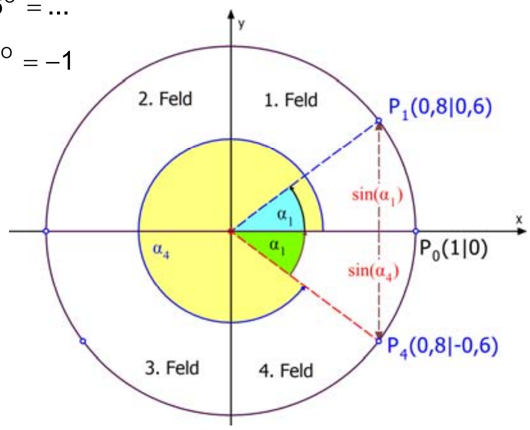
$\boxed{\sin 225^\circ = -\sin(225^\circ - 180^\circ)} = -\sin 45^\circ = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$

$\boxed{\sin 240^\circ = -\sin(240^\circ - 180^\circ)} = -\sin 60^\circ = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$

$\boxed{\sin 256^\circ = -\sin(256^\circ - 180^\circ)} = -\sin 76^\circ = \ldots$

$\boxed{\sin 270^\circ = -\sin(270^\circ - 180^\circ)} = -\sin 90^\circ = -1$

$\boxed{\text{Im 4. Feld:}}$



Spiegelt man P_1 an der x-Achse, erhält man P_4.

Auch hier soll gelten: $\boxed{\sin\alpha_4 = y_4}$

Auf Grund der Spiegelung ist $y_4 = -y_1$

Also folgt wie im 3. Feld: $\boxed{\sin\alpha_4 = -\sin\alpha_1}$

Man erkennt, dass für die Winkel gilt: $\boxed{\alpha_1 = 360^\circ - \alpha_4}$

Daher gilt für die Winkel im 4. Feld ($270^\circ < \alpha < 360^\circ$): $\boxed{\sin\alpha_4 = -\sin\left(360^\circ - \alpha_4\right)}$

Man subtrahiert also vom Winkel 360° und berechnet vom Restwinkel den Sinus.

$\boxed{\sin 300^\circ = -\sin(360^\circ - 300^\circ)} = -\sin 60^\circ = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$

$\boxed{\sin 330^\circ = -\sin(360^\circ - 330^\circ)} = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$

$\boxed{\sin 315^\circ = -\sin(360^\circ - 315^\circ)} = -\sin 45^\circ = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$

$\boxed{\sin 342^\circ = -\sin(360^\circ - 342^\circ)} = -\sin 18^\circ = \ldots$

Das ist für Ungeübte etwas chaotisch anzusehen. Doch man kann dies alles auf eine doppelte Regel reduzieren:

1. **Die Vorzeichenregel:** Der Sinus ist für $0 < \alpha \le 180^{\circ}$ positiv
   und für $180^{\circ} < \alpha < 360^{\circ}$ negativ
   (weil der Sinus die y-Koordinate im Einheitskreis darstellt).

2. **Die Subtraktionsregel:** Man berechnet den Sinus eines Restwinkels.
   Dieser ist für $90^{\circ} \le \alpha \le 270^{\circ}$ die positive Differenz zu 180°.
   Und für $270^{\circ} < \alpha < 360^{\circ}$ die positive Differenz zu 360°.
   (Also verwendet man immer den kleinsten Winkel gegen die x-Achse.)

Noch einige Beispiele:

$$\sin 155^{\circ} = +\sin\left(180^{\circ} - 155^{\circ}\right) = \sin\left(25^{\circ}\right) \approx 0{,}4226$$

$$\sin\left(312^{\circ}\right) = -\sin\left(360^{\circ} - 312^{\circ}\right) = -\sin\left(48^{\circ}\right) \approx -0{,}7431$$

$$\sin\left(205^{\circ}\right) = -\sin\left(205^{\circ} - 180^{\circ}\right) = -\sin\left(25^{\circ}\right) \approx -0{,}4226$$

3 Kosinus für Winkel über 90^O

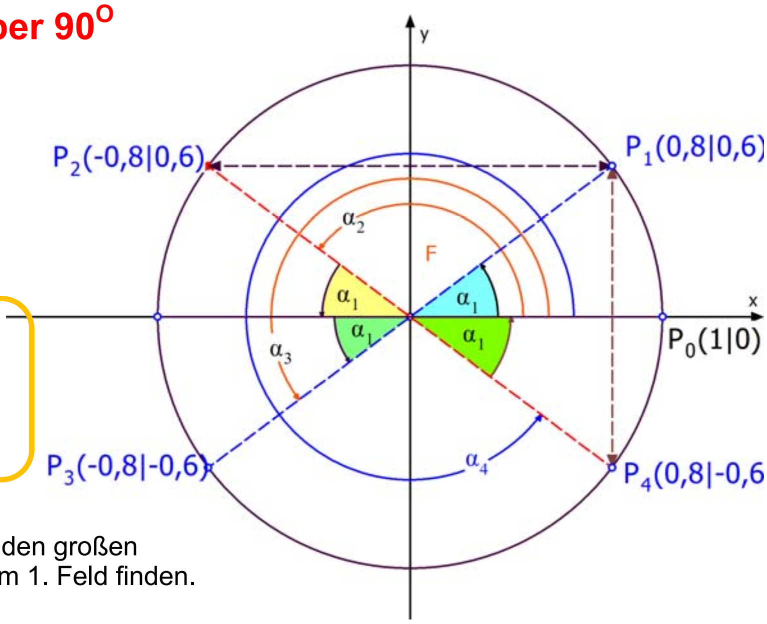
Hier fasse ich mich kürzer, denn es ist analog zum Sinus fast das gleiche.

Der Unterschied: $\cos\alpha = x_P$

Man hat daher schon die

Vorzeichenregel:

Der Kosinus ist im 1. und 4. Feld positiv, im 2. und 3. Feld negativ.



Nun müssen wir die Umrechnungen von den großen Winkeln über 90^O zu den Grundwinkeln im 1. Feld finden.
Das ist jedoch ähnlich wie bei Sinus:
Und man kann alles der großen Abbildung rechts entnehmen.

2. Feld: $90^O < \alpha_2 \le 180^O$. Es ist $\alpha_1 = 180^O - \alpha_2$ und $\cos\alpha_2 = -\cos\alpha_1$ (Vorzeichenregel)

Also folgt: $\boxed{\cos(\alpha_2) = -\cos(180^O - \alpha_2)}$

3. Feld: $180^O < \alpha_3 < 270^O$. Es ist $\alpha_1 = \alpha_3 - 180^O$ und $\cos\alpha_3 = -\cos\alpha_1$ (Vorzeichenregel)

Also folgt: $\boxed{\cos(\alpha_3) = -\cos(\alpha_3 - 180^O)}$

4. Feld: $270^O < \alpha_4 < 360^O$. Es ist $\alpha_1 = 360^O - \alpha_4$ und $\cos\alpha_4 = +\cos\alpha_1$ (Vorzeichenregel)

Also folgt: $\boxed{\cos(\alpha_4) = \cos(360^O - \alpha_4)}$

Beispiele:

$\boxed{\cos 120^O = -\cos(180^O - 120^O)} = -\cos 60^O = -\tfrac{1}{2}$

$\boxed{\cos 150^O = -\cos(180^O - 150^O)} = -\cos 30^O = -\tfrac{1}{2}\sqrt{3}$

$\boxed{\cos 135^O = -\cos(180^O - 135^O)} = -\cos 45^O = -\tfrac{1}{2}\sqrt{2}$

$\boxed{\cos 142^O = -\cos(180^O - 142^O)} = -\cos 38^O = \ldots$

$\boxed{\cos 210^O = -\cos(210^O - 180^O)} = -\cos 30^O = -\tfrac{1}{2}\sqrt{3}$

$\boxed{\cos 240^O = -\cos(240^O - 180^O)} = -\cos 60^O = -\tfrac{1}{2}$

$\boxed{\cos 225^O = -\cos(225^O - 180^O)} = -\cos 45^O = -\tfrac{1}{2}\sqrt{2}$

$\boxed{\cos 256^O = -\cos(256^O - 180^O)} = -\cos 76^O = \ldots$

$\boxed{\cos 300^O = \cos(360^O - 300^O)} = +\cos 60^O = \tfrac{1}{2}$

$\boxed{\cos 330^O = \cos(360^O - 330^O)} = \cos 30^O = \tfrac{1}{2}\sqrt{3}$

$\boxed{\cos 315^O = \cos(360^O - 315^O)} = +\cos 45^O = \tfrac{1}{2}\sqrt{2}$

$\boxed{\cos 342^O = \cos(360^O - 342^O)} = \cos 18^O = \ldots$

Die Subtraktionsregel: Man berechnet den Kosinus eines Restwinkels.

Dieser ist für $90^O \le \alpha \le 270^O$ die positive Differenz zu 180^O

Und für $270^O < \alpha < 360^O$ die positive Differenz zu 360^O.

(Also verwendet man immer den kleinsten Winkel gegen die x-Achse.)

4 Sinus und Kosinus für die Winkel $\alpha = z \cdot 90^O$

Wir haben zuvor alle möglichen Winkel im 1. 2. 3. oder 4. Feld untersucht.
Doch was gilt für die Winkel 0^O, 90^O, 180^O, 270^O und 360^O.

Das muss man blitzschnell herleiten können, wenn man ihre Werte benötigt.

Die Grundlage ist dieses Wissen: $\boxed{\begin{array}{l}\sin\alpha = y_P \\ \cos\alpha = x_P\end{array}}$

Beginnen wir bei $\alpha = 0^O$. Der zugehörige Punkt auf dem Einheitskreis ist $P_O(1|0)$

Also sieht man: $\sin 0^O = y_P = 0$ und $\cos 0^O = x_P = 1$

Dann $\alpha = 90^O$. Der zugehörige Punkt auf dem Einheitskreis ist $P_1(0|1)$

Also sieht man: $\sin 90^O = y_P = 1$ und $\cos 90^O = x_P = 0$

Dann $\alpha = 180^O$. Der zugehörige Punkt auf dem Einheitskreis ist $P_2(-1|0)$

Also sieht man: $\sin 180^O = y_P = 0$ und $\cos 180^O = x_P = -1$

Dann $\alpha = 270^O$. Der zugehörige Punkt auf dem Einheitskreis ist $P_3(0|-1)$

Also sieht man: $\sin 270^O = y_P = -1$ und $\cos 270^O = x_P = 0$

Dann $\alpha = 360^O$. Der zugehörige Punkt auf dem Einheitskreis ist $P_O(1|0)$

Also sieht man: $\sin 360^O = \sin 0^O = 0$ und $\cos 360^O = \cos 0^O = 1$

5 Sinus und Kosinus haben die Periode 360^O

Fasst man den Winkel als Drehwinkel auf, der den Startpunkt $P_O(1|0)$ um den Ursprung drehen soll, dann wird klar, dass sich die Ergebnisse wiederholen, sobald man 360^O überschritten hat.

Also wird $\sin 400^O = \sin\left(400^O - 360^O\right) = \sin 40^O$

Und $\cos 530^O = \cos\left(530^O - 360^O\right) = \cos 170^O$

Hier wurde **zweimal** „überdreht“:

$$\sin\left(1000^O\right) = \sin\left(1000^O - \boxed{2} \cdot 360^O\right) = \sin\left(1000^O - 720^O\right) = \sin \underbrace{280^O}_{\text{4. Feld}} = -\sin\left(360^O - 280^O\right) = -\sin 80^O$$

Man kann auch zurückdrehen, das ergibt dann negative Winkelgrößen:

Der Winkel, $\alpha = -60^O$ führt dann zurück ins 4. Feld zur gleichen Endposition wie $\alpha = 300^O$.

Also ist $\cos\left(-60^O\right) = \cos\left(-60^O + 360^O\right) = \cos \underbrace{300^O}_{\text{4. Feld}} = +\cos\left(360^O - 300^O\right) = \cos 60^O = \frac{1}{2}$

6 Tangenswerte

Aus der Trigonometrie des rechtwinkligen Dreiecks sollte man wissen:

$$\sin\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}, \quad \cos\alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} \quad \text{und} \quad \tan\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$

Durch Division erhält man: $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} : \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \tan\alpha$

Dann hat man eine wichtige Grundformel für den Tangens: $\boxed{\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}$

Ihre Gültigkeit wird für alle Winkel festgesetzt, also auch über 90^{O} hinaus. Damit kann man sich jetzt genau ansehen, wie die Tangenswerte in den verschiedenen Quadranten (Feldern) aussehen.

Tangenswerte für $0^{O} \le \alpha \le 90^{O}$:

Die Tabelle zeigt, wie aus den „wichtigen“ Werten von Sinus und Kosinus Tangenswerte entstehen.

Winkel	Sinus	Kosinus	$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ $\Rightarrow$	Tangens
0^{o}	0	1	$\frac{0}{1} = 0$	0
30^{o}	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3}\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3}\sqrt{3}$
45^{o}	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{\frac{1}{2}\sqrt{2}}{\frac{1}{2}\sqrt{2}} = 1$	1
60^{o}	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\frac{1}{2}\sqrt{3}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$	$\sqrt{3}$
90^{o}	1	0	$\cancel{\frac{1}{0}} \to \infty$	----

Der Wert tan 90^{O} existiert nicht. In Tabellen steht dafür oft ∞. Dies ist jedoch Unsinn, denn Unendlich ist kein Tangenswert. Vielmehr meint man damit: Wenn der Winkel α sich 90^{O} annähert, geht der Tangenswert gegen Unendlich, wächst also über alle Schranken.

Nun untersuchen wir die Tangenswerte für größere Winkel als 90^{O}. Zuvor war besprochen worden, welche Vorzeichen die Sinus- und Kosinuswerte im Bereich $0 \le \alpha \le 360^{O}$ haben.

Durch $\boxed{\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}$ kann man herausfinden, welche Vorzeichen die Tangenswerte haben werden:

$\begin{array}{c|c} + & + \\ \hline - & - \end{array}$ geteilt durch $\begin{array}{c|c} - & + \\ \hline - & + \end{array}$ ergibt: $\begin{array}{c|c} - & + \\ \hline + & - \end{array}$

$\sin\alpha$ $\quad$ $\cos\alpha$ $\quad$ $\tan\alpha$

Denn dort, wo Sinus und Kosinus gleiche Vorzeichen haben (1. und 3. Feld), ist der Tangens als ihr Quotient positiv, sonst negativ (2. und 4. Feld).

Tangenswerte für $\alpha > 90^\circ$:

Eine Beispielrechnung zur Erklärung. Sie zeigt, wie sich die Umrechnungsmethode von Sinus und Kosinus auf den Tangens übertragen lässt.

$$\tan 112^\circ = \frac{\sin 112^\circ}{\cos 112^\circ} = \frac{\sin\left(180^\circ - 112^\circ\right)}{-\cos\left(180^\circ - 112^\circ\right)} = -\tan\left(180^\circ - 112^\circ\right) = -\tan 68^\circ = ...$$

Merke: **Für Winkel aus** $\boxed{90^\circ \le \alpha \le 180^\circ}$ **nimmt man den Differenzwinkel zu 180°, berechnet daraus sin / cos / tan und setzt das geeignete Vorzeichen dazu, das ist bei Sinus ein Pluszeichen, bei Kosinus und Tangens ein Minuszeichen.**

a)

$$\sin 135^\circ = +\sin\left(180^\circ - 135^\circ\right) = +\sin 45^\circ = \tfrac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\cos 135^\circ = -\cos\left(180^\circ - 135^\circ\right) = -\cos 45^\circ = -\tfrac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\tan 135^\circ = -\tan\left(180^\circ - 135^\circ\right) = -\tan 45^\circ = -1$$

Merke: **Für Winkel aus** $\boxed{180^\circ \le \alpha \le 270^\circ}$ **nimmt man den Differenzwinkel zu 180°, berechnet daraus sin / cos / tan und setzt das geeignete Vorzeichen dazu, das ist bei Sinus und Kosinus ein Minuszeichen, bei Tangens ein Pluszeichen.**

b)

$$\sin 240^\circ = -\sin\left(240^\circ - 180^\circ\right) = -\sin 60^\circ = -\tfrac{1}{2}\sqrt{3}$$

$$\cos 240^\circ = -\cos\left(240^\circ - 180^\circ\right) = -\cos 60^\circ = -\tfrac{1}{2}$$

$$\tan 240^\circ = +\tan\left(240^\circ - 180^\circ\right) = +\tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

Merke: **Für Winkel aus** $\boxed{270^\circ \le \alpha \le 360^\circ}$ **nimmt man den Differenzwinkel zu 360°, berechnet daraus sin / cos / tan und setzt das geeignete Vorzeichen dazu, das ist bei Sinus und Tangens ein Minuszeichen, bei Kosinus ein Pluszeichen.**

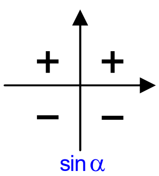
c)

$$\sin 330^\circ = -\sin\left(360^\circ - 330^\circ\right) = -\sin 30^\circ = -\tfrac{1}{2}$$

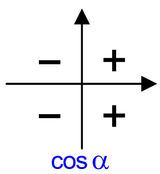
$$\cos 330^\circ = +\cos\left(360^\circ - 330^\circ\right) = +\cos 30^\circ = \tfrac{1}{2}\sqrt{3}$$

$$\tan 330^\circ = -\tan\left(360^\circ - 330^\circ\right) = -\tan 30^\circ = -\tfrac{1}{3}\sqrt{3}$$

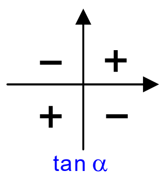
Hierbei sind diese Hilfen ganz nützlich:



geteilt durch



ergibt:



Vermischte Beispiele zum Tangens:

d) $\tan 120^\circ = -\tan\left(180^\circ - 120^\circ\right) = -\tan 60^\circ = -\sqrt{3}$

e) $\tan 210^\circ = +\tan\left(210^\circ - 180^\circ\right) = +\tan 30^\circ = \tfrac{1}{3}\sqrt{3}$

f) $\tan 315^\circ = -\tan\left(360^\circ - 315^\circ\right) = -\tan\left(45^\circ\right) = -1$